

**אולימפיאדה ארצית במתמטיקה - שלב א'**

**כיתות ט'**

**אנא מלאו את כל הפרטים האישיים בכתב ברור!**

שם פרטי	שם משפחה	מגדר	תעודת זהות	שכבה
		<input type="checkbox"/> בן <input type="checkbox"/> בת		
טלפון		דואר אלקטרוני		
כתובת דואר (כולל רחוב, מספר בית \ דירה, עיר)				

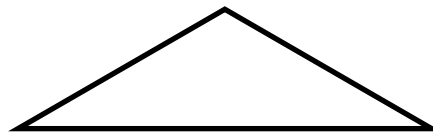
לפניכם שאלון מתמטי. השאלות אינן שגרתיות, וגם תלמידים חזקים במיוחד יתקשו לפתור את כולן.

המצטיינים יוזמנו להשתתף באולימפיאדה ארצית במתמטיקה ע"ש בנו ארבל. פתרונות ופרטים נוספים יופיעו באתר <http://taharut.org/shlava>.

כתבו בטבלה המצורפת את התשובות הסופיות בלבד – אין צורך לנמק. אין להשתמש במחשבון. משך התחרות: 90 דקות.

**טבלת תשובות:**

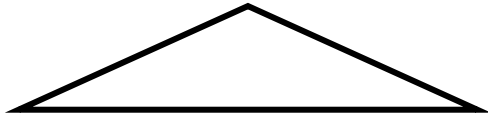
1.	2.
3.	4.
5.	6.
7.	8.
9.	10.



## אולימפיאדה ארצית במתמטיקה - שלב א'

### שאלון – כיתות ט'

- מצאו את כל הזוגות של מספרים טבעיים  $x, y$  המקיימים  $2^x = 4^y - 8^{2015}$ .
- על הלוח רשומים 100 מספרים שלמים שונים זה מזה. כמות זוגות המספרים שסכומם אי-זוגי שווה לכמות זוגות המספרים שמכפלתם אי-זוגית. כמה מהמספרים הכתובים על הלוח הם אי-זוגיים?
- התאריך 15.11.1973 הוא תאריך "אי-זוגי", כיון שכל ספרותיו אי-זוגיות. מגדירים באופן דומה ומה גם תאריכים "זוגיים". מהו הפרש ימים הקטן ביותר האפשרי בין תאריך "זוגי" לתאריך "אי-זוגי"? (**שימו לב!** לפני חודש או יום חד-ספרתי תמיד תהיה הספרה 0. לדוגמא, התאריך 01.01.1999 אינו אי-זוגי, כיוון שהספרה 0 היא ספרה זוגית).
- נתונים שישה מספרים טבעיים שונים, שהגדול ביותר מביניהם שווה ל- $n$ . קיים ביניהם בדיוק זוג אחד של מספרים, כך שהמספר הגדול בזוג לא מתחלק במספר הקטן בזוג. מהו הערך הקטן ביותר שיכול לקבל  $n$ ?
- נתון משולש שווה-שוקיים עם זווית ראש בת  $120^\circ$ . ציירו חלוקה של המשולש הנתון ל-5 משולשים שכולם דומים לו.
- באי ביש-מזל ישנם 96 אנשים. הממשלה החליטה לחוקק 5 חוקים חדשים. לכל חוק חדש מתנגדים בדיוק מחצית מתושבי האי. תושב יוצא למחאה חברתית, אם הוא מתנגד ליותר מחצי מהחוקים. מהו המספר המקסימאלי של אנשים, שיכולים לצאת למחאה חברתית?
- שלושה מספרים חיוביים כתובים על הלוח. ארבעה אנשים הסתכלו עליהם וטענו את הטענות הבאות:



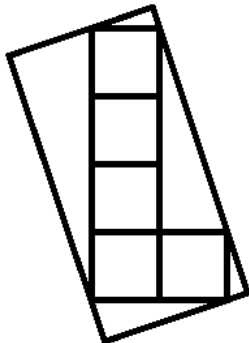
אלה: "המספר הראשון גדול פי 2 מהמספר השלישי".

בני: "המספר השני גדול פי 4 מהשלישי".

גילה: "סכום המספרים הראשון והשני גדול פי 5 מהשלישי".

דני: "המספר השני פחות המספר הראשון שווה לשלישי".

- מבין הדברים שהם אמרו, שלושה היו נכונים ואחד שגוי. חשב את המנה בין המספר הראשון לבין סכום שני המספרים האחרים.
- ביחידה מסוימת, לא יותר מ-1% מהחיילים קיבלו מדיום חדשים לכבוד החג. סידרו את החיילים ביחידה בצורת מלבן, כך שאפשר למצוא חיילים במדיום חדשים לפחות ב-30% מהשורות ולפחות ב-40% מהטורים. מהו המספר המינימאלי של חיילים שיכולים להיות ביחידה?



- בציור מופיעה צורה המורכבת מ-5 משבצות, ומלבן שחוסם אותה. מהו היחס בין צלעות המלבן?

- מצאו את כל השלושות של מספרים שלמים  $x, y, z$  המקיימים:

$$\begin{cases} x + y = 1 - z \\ x^3 + y^3 = 1 - z^2 \\ |x| > |y| \end{cases}$$

**בהצלחה!**