

אולימפיאדה ארצית במתמטיקה - שלב א'

ביתות ח'

אנא מלאו את כל הפרטים האישיים בכתב ברור!

שם פרטי	שם משפחה	מגדר	תעודת זהות	שכבה
		<input type="checkbox"/> בן <input type="checkbox"/> בת		
טלפון		דואר אלקטרוני		
כתובת דואר (כולל רחוב, מספר בית \ דירה, עיר)				

לפניכם שאלון מתמטי. השאלות אינן שגרתיות, וגם תלמידים חזקים במיוחד יתקשו לפתור את כולן.

המצטיינים יוזמנו להשתתף באולימפיאדה ארצית במתמטיקה ע"ש בנו ארבל. פתרונות ופרטים נוספים יופיעו באתר <http://taharut.org/shlava>.

כתבו בטבלה המצורפת את התשובות הסופיות בלבד – אין צורך לנמק. אין להשתמש במחשבון. משך התחרות: 90 דקות.

טבלת תשובות:

1.	2.
3.	4.
5.	6.
7.	8.
9.	10.

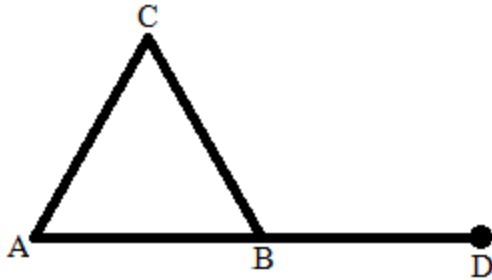
אולימפיאדה ארצית במתמטיקה - שלב א'

שאלון - כיתות ה'

1. דוד רשם על הלוח את כל המספרים הטבעיים בין 1 ל-2015 (כולל). מה ההפרש בין כמות ספרות ה-"1" הכוללת לכמות ספרות ה-"3" הכוללת שהוא כתב?

2. נתון מספר דו-ספרתי x . אם מחליפים את סדר ספרותיו, הוא גדל ב-20%. מהו x ?

3. מצאו את כל הזוגות של מספרים טבעיים x, y המקיימים $2^x = 4^y - 8^{2015}$.



4. נתון משולש שווה-צלעות ABC , ונקודה D כך

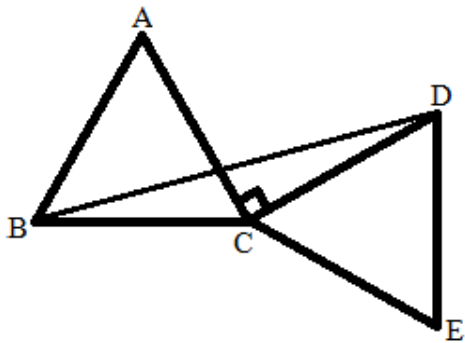
ש- B היא אמצע AD . נתונה נקודה E , שהיא

הרחוקה ביותר מ- C המקיימת $DE = AB$.

מצאו את גודל הזווית BED .

5. x הוא מספר ארבע-ספרתי, שהוא ריבוע של מספר שלם. בחרו ספרה נוספת, חיסרו אותה מכל ארבע הספרות של x , וקיבלו מספר ארבע-ספרתי חדש שגם הוא ריבוע של מספר שלם. מצאו את כל הערכים האפשריים של x .

6. התאריך 15.11.1973 הוא תאריך "אי-זוגי", כיון שכל ספרותיו אי-זוגיות. מגדירים באופן ומה גם תאריכים "זוגיים". מהו הפרש ימים הקטן ביותר האפשרי בין תאריך "זוגי" לתאריך "אי-זוגי"? (**שימו לב!** לפני חודש או יום חד-ספרתי תמיד תהיה הספרה 0. לדוגמא, התאריך 01.01.1999 אינו אי-זוגי, כיון שהספרה 0 היא ספרה זוגית).



7. נתון משולש שווה-צלעות ABC . סובבו אותו סביב

הנקודה C , כך ש- $\angle ACD = 90^\circ$ (ראו ציור).

מצאו את גודל הזווית ABD .

8. מצאו את כל המספרים הראשוניים p , כך

ש- $p^2 + 14$ הוא גם מספר ראשוני.

9. נתונים שישה מספרים טבעיים שונים, שהגדול ביותר מביניהם שווה ל- n . קיים ביניהם בדיוק זוג אחד של מספרים, כך שהמספר הגדול בזוג לא מתחלק במספר הקטן בזוג. מהו הערך הקטן ביותר שיכול לקבל n ?

10. על הלוח רשומים שלושה שברים חיוביים ומצומצמים בעלי מונים שונים, שסכומם 1. התברר, שסכום המספרים ההפכיים לאלו הנתונים הוא מספר טבעי. מצאו דוגמא לשלושה שברים כאלה.

בהצלחה!