

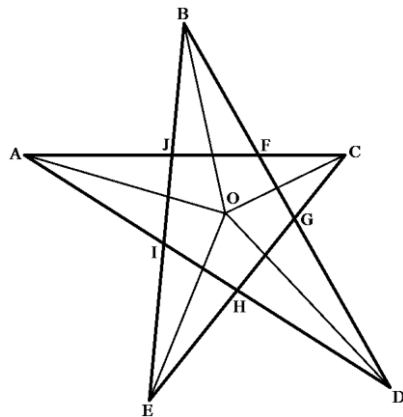


אולימפיאדה שלישית ע"ש בנו ארבל ז"ל - כיתות ה'

יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תתקבל.
אין להשתמש במחשבון.

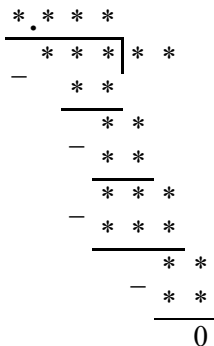
1. מספרים טבעיים a , b ו- k מקיימים $2^a \cdot 3^b = 48^k$, ובנוסף $a+b=2015$. מצאו את k .

2. על הלוח היו כתובים 4 מספרים. לכל אחד מזוגות המספרים שניתן להרכיב מהמספרים שעל הלוח, עמוס חישוב את סכום המספרים בזוג וכתב אותו במחברת. המספרים שעמוס כתב הם 2, 4, 9, 14, 16. אילו מספרים היו כתובים על הלוח?



3. האם אפשר לרשום N מספרים שלמים שונים מסביב למעגל כך שכל מספר הוא הסכום של שני המספרים הסמוכים אליו?
א. כאשר $N=6$?
ב. כאשר $N=7$?

4. נתון כוכב מחומשי: הקטעים EB, DA, CE, BD, AC נפגשים בזוגות בנקודות F, G, H, I, J , כמתואר בציור. חוצי הזוויות של $\angle BDA, \angle ACB, \angle EBD, \angle DAC, \angle BEC$ נפגשים בנקודה O . הוכיחו כי גם חוצי הזוויות של המחומש $FGHIJ$ נפגשים בנקודה אחת.

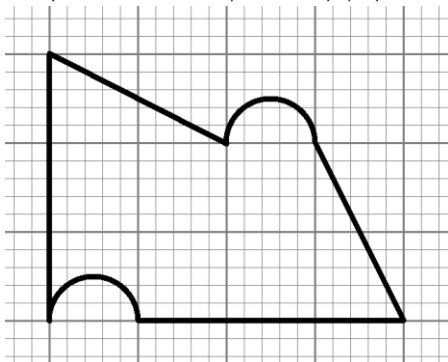


5. בתרגיל חילוק ארוך, חילקו מספר תלת-ספרתי במספר דו-ספרתי, וקיבלו מספר עם שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית. לאחר מכן, החליפו את כל הספרות בתרגיל בכוכביות. מצאו את הספרות שהיו רשומות בתרגיל.

6. האם קיימים מספרים שלמים a, b ו- c המקיימים את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} a^5 + b^5 + c^5 = 2016abc \\ a + b + c = 5776 \end{cases}$$

7. בארץ רחוקה מאוד שתי ערים נחשבות קרובות אם המרחק ביניהן קטן מ-50 קילומטרים. בארץ הזו יש 3 ערים גדולות ו-3 ערים קטנות. מרגל מהארץ הזו מדווח שלכל עיר גדולה יש בדיוק 4 ערים שקרובות אליה, ושכל עיר קטנה יש 2 או 3 ערים קרובות. כמה ערים יכולות להיות, עבורן יש בדיוק 2 ערים קרובות?



8. חלקו את הצורה לשני חלקים חופפים (מאותו גודל ומאותה צורה).

בהצלחה!