

ח' בטבת תשע"ח

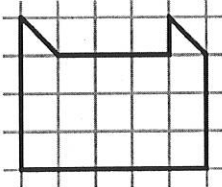
26.12.2017

**אולימפיאדה חמישית ע"ש בנו ארבל ז"ל - כיתות ט'**

**יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תתקבל.**

**אין להשתמש במחשבון.**

1. לאיילה, בתיה, וגדי היו סוכריות. איילה נתנה חצי מהסוכריות שהיו לה לבתיה. לאחר מכן, בתיה נתנה שליש מהסוכריות שלה לגדי. לבסוף, גדי נתן רבע מהסוכריות שהיו לו לאיילה. בסופו של דבר, התברר שלכולם יש אותה כמות של סוכריות. מהי הכמות הקטנה ביותר של סוכריות שהייתה יכולה להיות לכל אחד מהילדים בהתחלה?



2. חלקו את הצורה בציוור ל-4 חלקים חופפים. (צורות הן חופפות אם הן מתקבלות אחת מהשנייה על ידי סיבוב ו/או שיקוף).

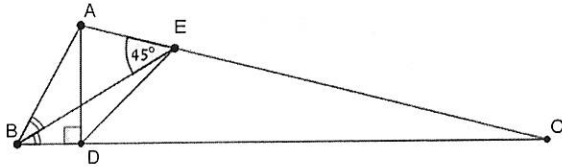
3. נתונים  $p, q$  מספרים שלמים. אי-השוויון  $x^2 + px + q > 0$  מתקיים לכל  $x$  שלם. האם בהכרח אי-שוויון זה מתקיים לכל  $x$  ממשי?

	ג	ו	ש	ש	ש	ש	ש	ש
-	*	*	*	*	*	*	*	*
-	*	*	*	*	*	*	*	*
-	*	*	*	*	*	*	*	*
	0	0	0	0	0	0	0	0

4. אותיות זהות מסמנות ספרות זהות, אותיות שונות – ספרות שונות, כוכביות מסמנות ספרות כלשהן. מצאו את כל הספרות.

5. נתונות מספר קופסאות כבדות שאפשר להסיע אותן באמצעות 7 משאיות עם קיבולת של 6 טון כל אחת, אבל אי-אפשר להסיע באמצעות 6 משאיות מסוג זה. א. האם ייתכן שאפשר להסיע אותן ב-3 משאיות שקיבולת של כל אחת היא 7 טון? ב. עבור אילו ערכי  $x$  ייתכן שאפשר להסיע אותן ב-3 משאיות שקיבולת של כל אחת היא  $x$  טון?

6. נתון לוח משבצות  $100 \times 100$ . כל משבצת היא שחורה או לבנה. בכל משבצת לבנה כותבים את כמות המשבצות השחורות באותה שורה, ובכל משבצת שחורה כותבים את כמות המשבצות הלבנות באותה עמודה. האם סכום כל המספרים בלוח זוגי או אי-זוגי?



7. במשולש  $ABC$  שבו  $AD$  הוא גובה,  $BE$  חוצה זווית,  $\angle AEB = 45^\circ$ . מצאו את  $\angle ADE$ .

8. אלון, בני, גיא ודור עבדו ביחד על מסמך שאורכו 100 שורות. המסמך נמצא באינטרנט, וכל אחד מהם יכול להיכנס ולערוך אותו. הם הסכימו שכל אחד מהם יכנס למסמך ויעבוד עליו, פעם אחת ביום ראשון ופעם אחת ביום שני, אך לא ידוע באילו שעות הם עבדו על המסמך בכל יום. ידוע גם שכל ילד נכנס למסמך רק פעם אחת ביום, ונעל את הקובץ כך שאחרים לא יכולים לערוך בזמן שהוא עורך. כמו כן, ידוע שבסוף יום ראשון המסמך כלל 50 שורות, ובסוף יום שני המסמך כלל 100 שורות. הנה ההיגדים של כל אחד מהם:

- אלון: ביום ראשון הכפלתי את כמות השורות במסמך פי 2, ואז כתבתי 5 שורות נוספות. ביום שני כתבתי 40 שורות.  
בני: ביום ראשון הכפלתי את כמות השורות במסמך פי 3, ואז כתבתי 5 שורות נוספות. ביום שני כתבתי 10 שורות.  
גיא: ביום ראשון הכפלתי את כמות השורות במסמך פי 4, ואז כתבתי 15 שורות נוספות. ביום שני מחקתי חצי מהשורות במסמך, ואז כתבתי 25 שורות.  
דור: ביום ראשון הכפלתי את כמות השורות במסמך פי 2, ואז מחקתי 20 שורות. ביום שני מחקתי 20% מהשורות במסמך, ואז כתבתי 30 שורות.
- לאחר כמה ימים, הם גילו שאחד מהם שיקר, ולמעשה לא נכנס למסמך אף פעם. כל השאר אמרו אמת בכל ההיגדים שלהם. מיהו השקרן מבין הארבעה?

**בהצלחה!**